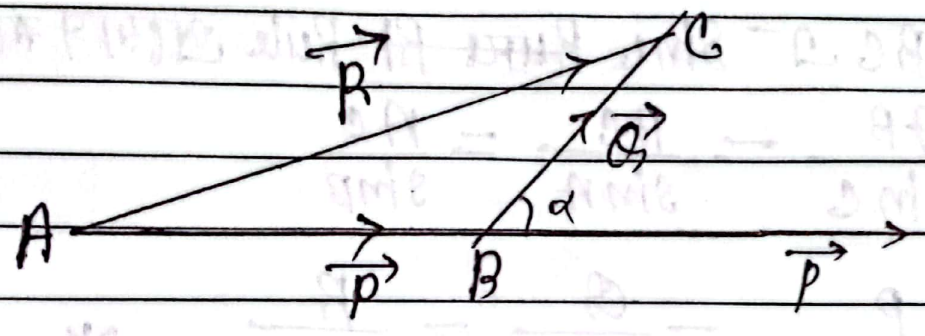
Subject : ..... Date : .....

Topic : ত্রিভুজ সূত্রের সাহায্যে লব্ধির মান ও দিক নির্ণয়

ত্রিভুজ সূত্র : যদি কোনো ত্রিভুজের দুটি সন্নিহিত বাহু দ্বারা একই ক্রমে একই জাতীয় দুটি ভেক্টরকে মানে ও দিকে প্রকাশ করা যায় তবে তৃতীয় বাহু বিপরীত ক্রমে উক্ত ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধির মান ও দিক প্রকাশ করবে।



$\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q}$

$\triangle ABC$ এ $AB = |\vec{P}| = P$

$BC = |\vec{Q}| = Q$

$AC = |\vec{R}| = R$

$\triangle ABC$ তে ~~Sine~~ Cosine Rule প্রয়োগ করে পাই

$$\cos\beta = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC}$$

$$\Rightarrow \cos\beta = \frac{P^2 + Q^2 - R^2}{2PQ}$$

$$\Rightarrow R^2 = P^2 + Q^2 \cancel{+2P} - 2PQ\cos\beta$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQ\cos\beta} \quad *$$

JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....

$\angle B = \pi - \alpha$

এবং $\alpha = \vec{P} \wedge \vec{Q}$

$\therefore \cancel{R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos(\pi - \alpha)}$

$\Rightarrow R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ\cos(\pi - \alpha)$

$\Rightarrow R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$ *

$\triangle ABC$ এ Sine ~~Rule~~ Rt Rule প্রয়োগ করে পাই

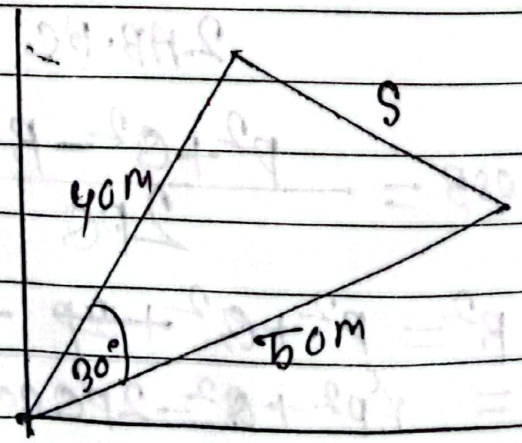
$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$$

$$\Rightarrow \frac{P}{\sin C} = \frac{Q}{\sin A} = \frac{R}{\cancel{\sin C}\ \sin B}$$ *

Pbm→01: দুইজন ব্যক্তি পরস্পরের সাথে 30° কোণে যথাক্রমে 4ms⁻¹ ও 5ms⁻¹ বেগে যাত্রা করল, 10sec পর তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

Solⁿ: ১ম ব্যক্তির 10 sec এ অতিক্রান্ত দূরত্ব = ~~50m~~ 40m

২য় " 10 sec এ " " = 50m



Subject : ..... Date : .....

$$\cos 30^\circ = \frac{40^2 + 50^2 - s^2}{2 \times 40 \times 50}$$

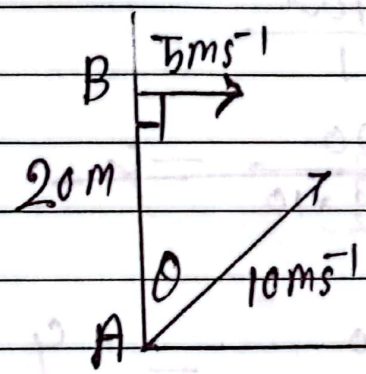
$$1600 + 2500 - s^2 = 2000\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow s^2 = 4100 - 2000\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow s = \sqrt{635.8} = 25.21\ m$$

∴ তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব 25.21 m.

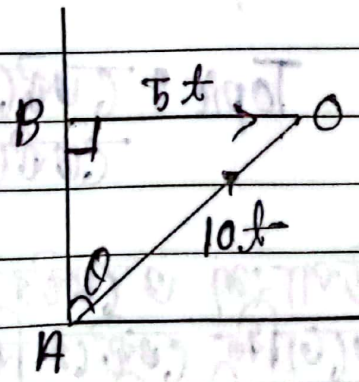
Pbm→02:



i) θ কত হলে A এবং B মিলিত হবে?
ii) কত সময় পর মিলিত হবে?

Solution

i) মনে করি, t সময় পর A ও B θ বিন্দুতে মিলিত হবে।



∴ △AOB এ—

$$\frac{AO}{\sin 90^\circ} = \frac{BO}{\sin\theta}$$

$$\Rightarrow \frac{10t}{1} = \frac{5t}{\sin\theta}$$

JANANI

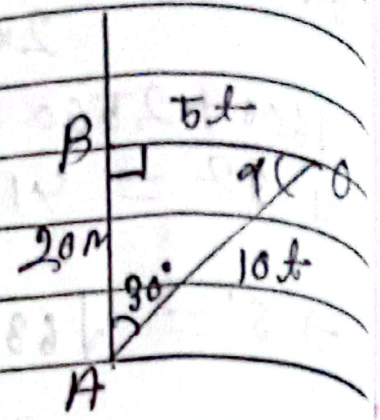
Scanned with CamScanner

Date :

Subject :

$\sin\theta = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \theta = 30^\circ$ (Ans)



(ii) $\alpha = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ)$

$\alpha = 60^\circ$

$\triangle AOB$ এ

$$\frac{AB}{\sin\alpha} = \frac{AO}{\sin 90^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{20}{\sin 60} = \frac{10t}{1}$$

$$\cancel{\Rightarrow t = \frac{20}{\frac{\sqrt{3}}{2} \times 10} = 4}$$

$$\Rightarrow t = \frac{20}{\frac{\sqrt{3}}{2} \times 10} = \frac{4}{\sqrt{3}} \text{ sec}$$

$\therefore 4/\sqrt{3}$ sec পর A ও B মিলিত হবে। (Ans)

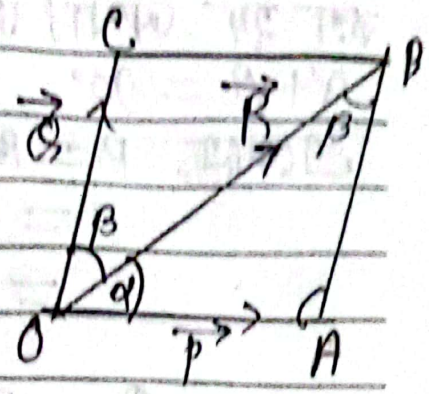
Topic : ভেক্টরের উপাংশ বিভাজন বা ভেক্টরের পৃথকীকরণ

উপাংশ ও ভেক্টর বিভাজন : একটি ভেক্টরকে দুই বা ততোধিক ভেক্টরে বিভক্ত করার প্রক্রিয়াকে ভেক্টর বিভাজন বলে। বিভাজিত ভেক্টরগুলোকে মূল ভেক্টরের অংশক বা উপাংশ বলে।

Subject : ..... Date : .....

* $\vec{R}$ কে α ও β কোণে উপাংশে বিভাজিত কর।

$\Rightarrow \angle A = 180^\circ - (\alpha+\beta)$



মনে করি $\vec{R}$ এর α কোণে উপাংশ $\vec{P}$
এবং β কোণে উপাংশ $\vec{Q}$

$OA = |\vec{P}| = P$
$AB = |\vec{Q}| = Q$
$OB = |\vec{R}| = R$

$\triangle OAB$ এ Sine Rule প্রয়োগ করে পাই

$$\frac{OA}{\sin\beta} = \frac{OB}{\sin\{180^\circ-(\alpha+\beta)\}} = \frac{AB}{\sin\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{P}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{Q}{\sin\alpha}$$

এখন, $\frac{P}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin(\alpha+\beta)}$

$$\Rightarrow P = \frac{R\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)} \quad *$$

আবার, $\frac{Q}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin(\alpha+\beta)}$

$$\Rightarrow Q = \frac{R\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)} \quad *$$

JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....

লম্ব উপাংশ : R ভেক্টরকে যদি সমকোণে বিভাজিত করা হয়, যেখানে উপাংশ দুটি পরস্পর লম্ব হলে-

$\alpha + \beta = 90°$

এক্ষেত্রে, $P = \cancel{R\cos\alpha}\ R\sin\beta$

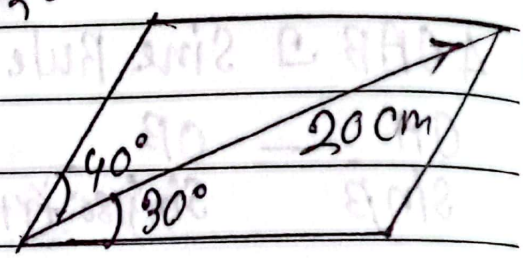
$= R\sin(90° - \alpha)$

$= R\cos\alpha$

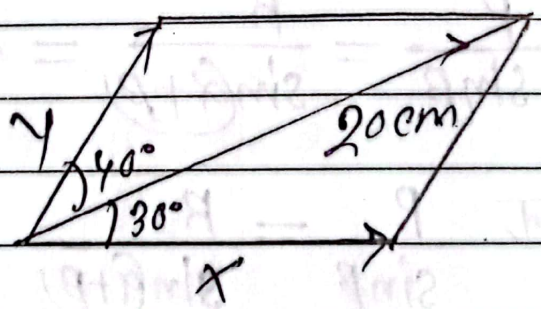
$Q = R\sin\alpha$

উপাংশ বিভাজন সম্পর্কিত সমস্যা ও সমাধান

Pbm→01 : সামান্তরিকটির সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।



Solⁿ :



$$X = \frac{20\sin 40°}{\sin(40° + 30°)}$$

$= 13.68$ cm

$$Y = \frac{20\sin 30}{\sin(40° + 30°)} = 10.64 \text{ cm.}$$

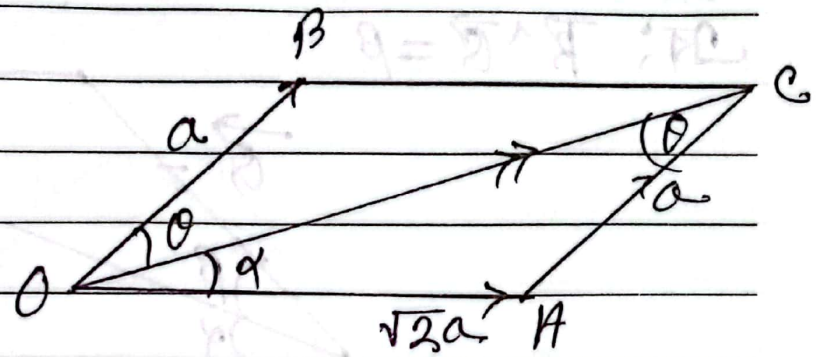
Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....

∴ সামান্তরিকটির সন্নিহিত বাহুদ্বয় 13.68 cm এবং 10.64 cm. (Ans)

Pbm→02: দেখাও যে a এবং √2a মানের দুটি ভেক্টর কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত থাকলে √2a ভেক্টরটি এদের লব্ধির সাথে $\frac{\pi}{4}$ এর চেয়ে বেশি কোন কোণ উৎপন্ন করতে পারবে না।

Solⁿ:



ΔOAC এ Sine Rule প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{\sqrt{2}a}{\sin\theta} = \frac{a}{\sin\alpha}$$

$$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta$$

sinα সর্বোচ্চ হবে যখন sinθ সর্বোচ্চ বা sinθ=1 হয়।

$$\therefore \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

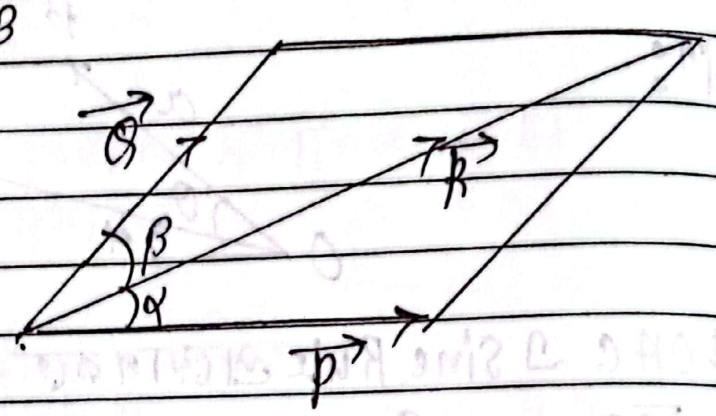
∴ √2a ভেক্টরটি এদের লব্ধির সাথে $\frac{\pi}{4}$ এর চেয়ে বেশি কোণ উৎপন্ন করতে পারবে না।

Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....

Pbm→09: দেখাও যে দুটি ভেক্টরের লব্ধি সর্বদা বৃহৎ মানের ভেক্টরের দিকে হেলে থাকে।

Solⁿ: মনে করি, $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ ($\vec{P} > \vec{Q}$) ভেক্টর দুটি একটি সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু দ্বারা মানে ও দিকে সূচিত হয়। এদের লব্ধি $\vec{R}$ সামান্তরিকটির OC কর্ণদ্বারা মানে ও দিকে সূচিত হয়। $\vec{P} \wedge \vec{R} = \alpha$ এবং $\vec{R} \wedge \vec{Q} = \beta$



$$P = \frac{R\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$$

$$\Rightarrow \sin\beta = \frac{P\sin(\alpha+\beta)}{R}$$

$$\Rightarrow \sin\beta = kP \text{ ; যেখানে, } k = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{P}$$

$$\Rightarrow \sin\beta \propto P \quad \text{—(i)}$$

আবার, $Q = \frac{R\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$

$$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{Q\sin(\alpha+\beta)}{P}$$

$$\Rightarrow \sin\alpha = kQ \text{ ; যেখানে, } k = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{R}$$

$$\Rightarrow \sin\alpha \propto Q \quad \text{—(ii)}$$

JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....

$\because P > Q$

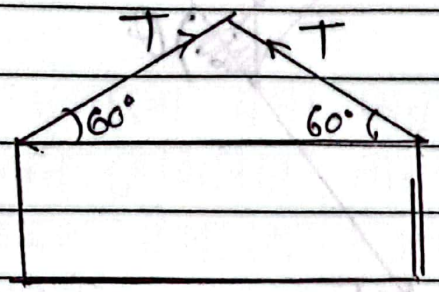
সুতরাং $\sin\beta > \sin\alpha$

$\Rightarrow \beta > \alpha$

$\Rightarrow \alpha < \beta$

$\therefore$ লাঠি P এর দিকে হেলে রয়েছে।

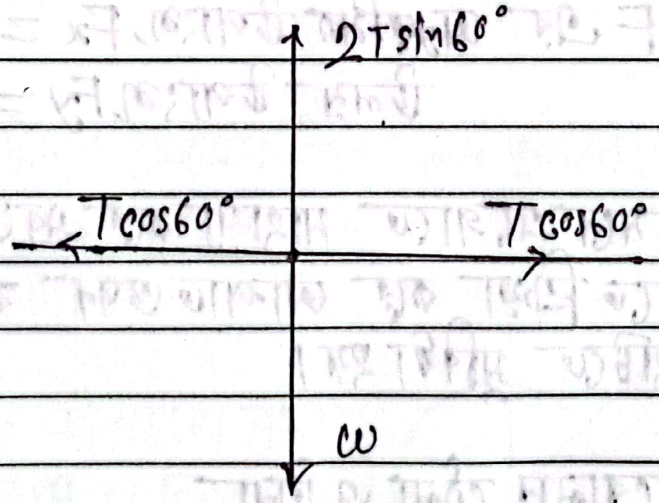
Pbm→04: একটি ছবির ফ্রেম চিত্রানুযায়ী ঝুলানো আছে। সুতার টান 10N হলে ফ্রেমটির ভর কত?



Soln: T এর উলম্ব উপাংশ $= T\sin 60°$

T এর অনুভূমিক " $= T\cos 60°$

ফ্রেমের ওজন, $W = mg$



এখন, $2T\sin 60° = W$

$2 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = m \times 9.8$

$\Rightarrow m = 1.676\ kg$ (Ans.)

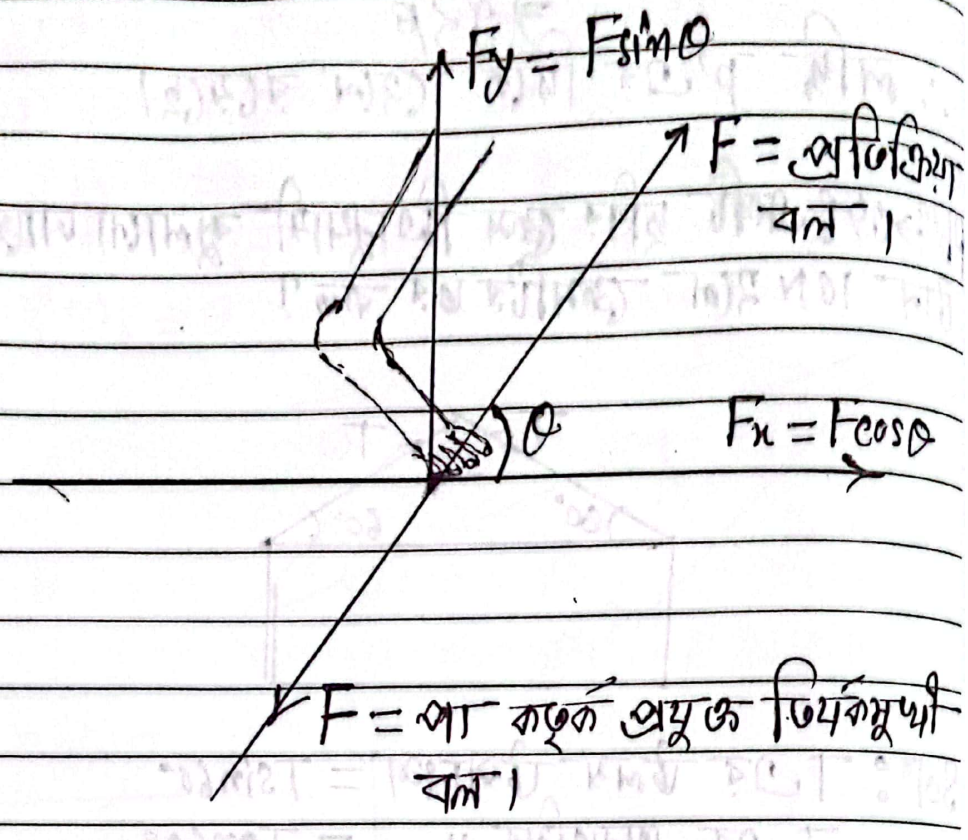
JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....

ভেক্টর উপাংশ বিভাজনের উদাহরণ

১। হাঁটার ক্রিয়া :



F প্রতিক্রিয়া বল অনুভূমিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে F এর অনুভূমিক উপাংশ, $F_x = F\cos\theta$
উলম্ব উপাংশ, $F_y = F\sin\theta$

F_x সামনে এগোতে সাহায্য করে এবং F_y ও পদের বিপরীতে ক্রিয়া করে আপাত ওজন কমিয়ে দেয়। ফলে হাঁটতে সুবিধা হয়।

২। লন রোলার ঠেলা ও টানা

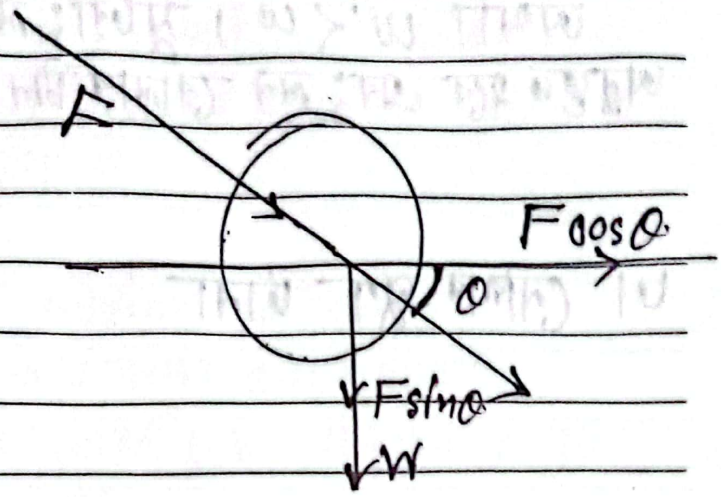
লন রোলার ঠেলার ক্ষেত্রে : ধরি লন রোলারের ওজন $= \omega$ এবং হাতলের উপর প্রযুক্ত বল $= F$ যা অনুভূমিকের

JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....

সাথে θ কোণে ক্রিয়াশীল।



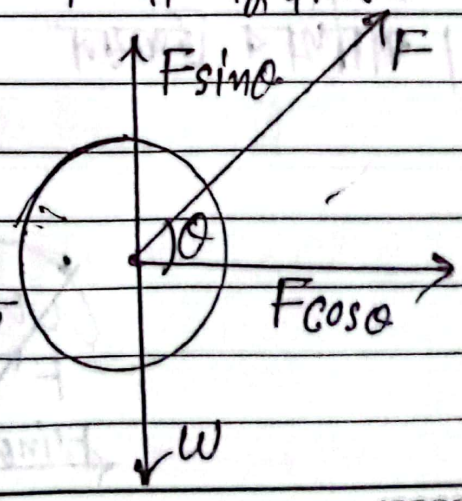
F বলের দুটি উপাংশ যথা অনুভূমিক উপাংশ Fcosθ যা লন রোলারকে সামনে এগিয়ে নিয়ে যায় এবং উলম্ব উপাংশ Fsinθ যা ওজন W এর দিকে কাজ করে।

ফলে লন রোলারের আপাত ওজন, $W' = W + F\sin\theta$

$\therefore W' > W$

সুতরাং লন রোলারকে ভারী মনে হবে বলে ঠেলা কষ্টকর হবে।

লন রোলার টানার ক্ষেত্রে: ধরি লন রোলারের ওজন W এবং হাতলের ওপর প্রযুক্ত বল = F যা অনুভূমিকের সাথে θ কোণে ক্রিয়াশীল।



F বলের দুটি উপাংশ যথা অনুভূমিক উপাংশ Fcosθ যা রোলারকে সামনে এগোতে এবং উলম্ব উপাংশ Fsinθ

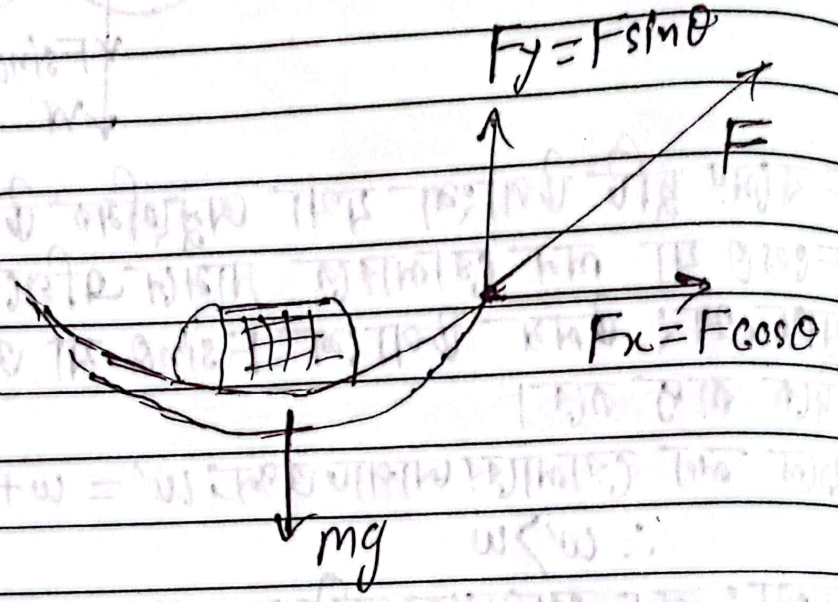
JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....

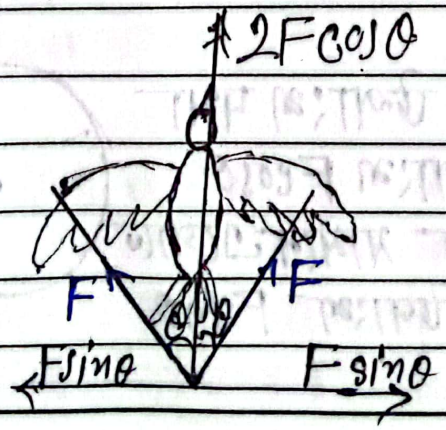
রোলারে ওজনের বিপরীতে কাজ করে।
∴ আপাত ওজন $w' = w - F\sin\theta$
অর্থাৎ $w' < w$। সুতরাং লন রোলার হালকা অনুভূত হবে এবং লন রোলার টানা সহজ হবে।

৩। নৌকার গুণ টানা



নৌকার আপাত ওজন $w' = mg - F\sin\theta$
∴ $F\sin\theta$ নৌকার আপাত ওজন কমিয়ে দেয়।
এবং $F\cos\theta$ নৌকাকে সামনে এগিয়ে নিয়ে যায়।

৪। পাখির উড্ডয়ন



JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....

2F cosθ পাখিকে উড়তে সাহায্য করে।

Pbm → ০৮: রহিম মাঝি স্থির পানিতে 150 kg ভরের একটি স্থির নৌকাকে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 100N বল দিয়ে পুশ টানছে।

(i) নৌকার উপর প্রযুক্ত অনুভূমিক বল কত?
(ii) নৌকাটি 2min এ পাড় বরাবর কতদূর যাবে?
(iii) একই সময়ে পূর্বের অর্ধেক দূরত্ব অতিক্রম করতে টানের মান কত হতে হবে?

Solution

i) নৌকার উপর প্রযুক্ত অনুভূমিক বল, $F_x = 100\cos 30°$

$\Rightarrow F_x = 100\sqrt{3}/2$

$\Rightarrow F_x = 50\sqrt{3}\ N$ (Ans.)

ii) নৌকার উপর প্রযুক্ত অনুভূমিক বল, $F_x = 50\sqrt{3}\ N$

নৌকার ভর, $m = 150 kg$.

∴ অনুভূমিক দিকে নৌকার ত্বরণ, $a = \frac{F_x}{m}$

$\Rightarrow a = \frac{50\sqrt{3}}{150}$

$\Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{3}}\ ms^{-2}$

∴ 2min এ পাড় বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = \frac{1}{2}at^2$

$\Rightarrow s = \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} (2\times60)^2$ $= \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 2^2$

$= 4156.92\ m$ (Ans.) $= 1.156$

JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....

iii) দেওয়া আছে

দূরত্ব, $s = \frac{4156.92}{2} = 2078.46m$

সময়, $t = 2 \times 60 = 120 sec.$

∴ অনুভূমিক বরাবর নৌকার ত্বরণ, $a = 2s/t^2$

$$a = \frac{4156.92}{(2 \times 60)^2}$$

$$= 0.2886 ms^{-2}$$

অনুভূমিক বরাবর বল, $F_x = m \cdot a$

$= 150 \times 0.2886$

$= 43.30 N$

∴ অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে প্রযুক্ত বল,

$F = F_x / \cos 30°$

$= \frac{43.30}{\sqrt{3}/2}$

$F = 49.9 N$

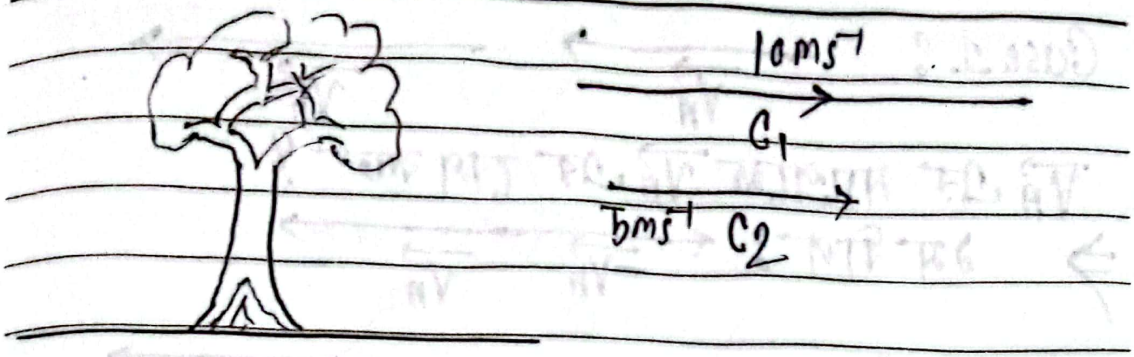
∴ $F = 50 N$ (Ans.)

Topic : আপেক্ষিক বেগ

একটি বস্তুর সাপেক্ষে অন্য একটি বস্তুর বেগকে ১ম বস্তুর সাপেক্ষে শেষোক্ত বস্তুটির আপেক্ষিক বেগ বলে।

Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....



গাছের সাপেক্ষে C_1 গাড়ির বেগ $10 ms^{-1}$ ⎫ যেখানে
গাছের সাপেক্ষে C_2 গাড়ি বেগ $5 ms^{-1}$ ⎭ গাছটি স্থির

অর্থাৎ, সাপেক্ষ স্থির হলে কোনো বস্তুর নিজস্ব বেগই ঐ স্থির বস্তুর সাপেক্ষে ২য় বস্তুটির আপেক্ষিক বেগ।

* কোনো গতিশীল বস্তুর সাপেক্ষে অন্য একটি গতিশীল বস্তুর আপেক্ষিক বেগ বের করার জন্য নিম্নোক্ত পদক্ষেপ গুলো অনুসরণ করতে হয়।

(i) সাপেক্ষকে সবসময় স্থির চিন্তা করব। আর সাপেক্ষ বস্তুকে স্থির বানানোর জন্য সাপেক্ষ বস্তুর বেগ ভেক্টরের আদিবিন্দুতে এর বিপরীত ভেক্টর যোগ করে করতে হবে।

ii) সাপেক্ষ বস্তুর বেগ ভেক্টরের সাথে যে ভেক্টর যোগ করা হয়েছে তা ২য় ভেক্টরের সাথেও যোগ করতে হবে।

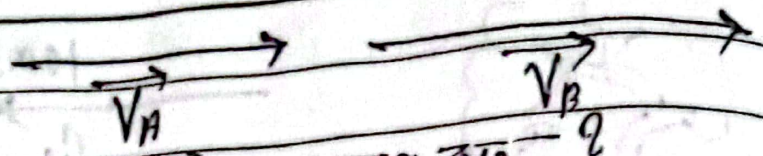
iii) অভিষ্ট ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধির মান নির্ণয় করতে হবে যা ১ম ~~ভেক্টরের~~ বস্তুর সাপেক্ষে ২য় বস্তুর আ: বেগ।

JANANI

Scanned with CamScanner

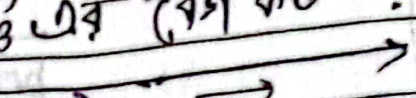
Subject : .....

Case 1:

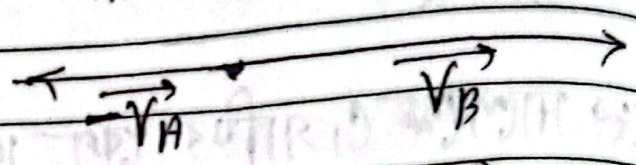


$\vec{V_A}$ এর সাপেক্ষে $\vec{V_B}$ এর বেগ কত ?

⇒ ১ম ধাপ:



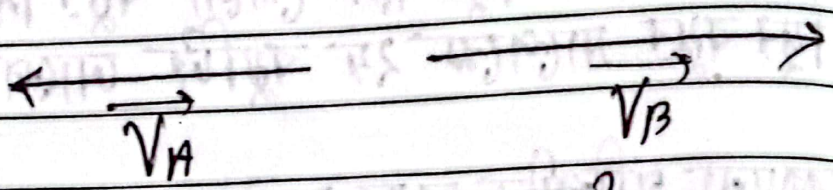
২য় ধাপ



∴ $\vec{V_A}$ এর সাপেক্ষে $\vec{V_B}$ এর বেগ, $\vec{V_{AB}} = -\vec{V_A} + \vec{V_B}$

$= \vec{V_B} - \vec{V_A}$

Case 2:



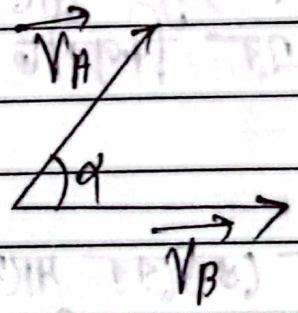
$\vec{V_A}$ এর সাপেক্ষে $\vec{V_B}$ এর বেগ কত?

⇒ $\vec{V_A}$ এর সাপেক্ষে $\vec{V_B}$ এর বেগ $= \vec{V_{AB}}$

$= -\vec{V_A} + \vec{V_B}$

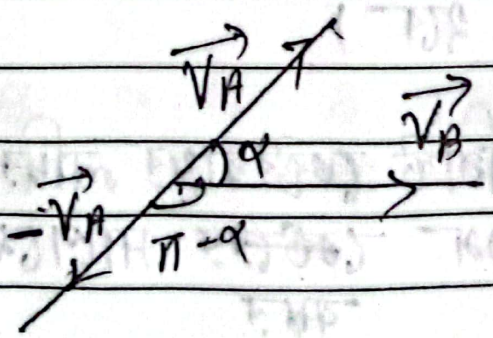
$= \vec{V_B} - \vec{V_A}$

Case 3:



$\vec{V_A}$ এর সাপেক্ষে $\vec{V_B}$ এর বেগ কত?

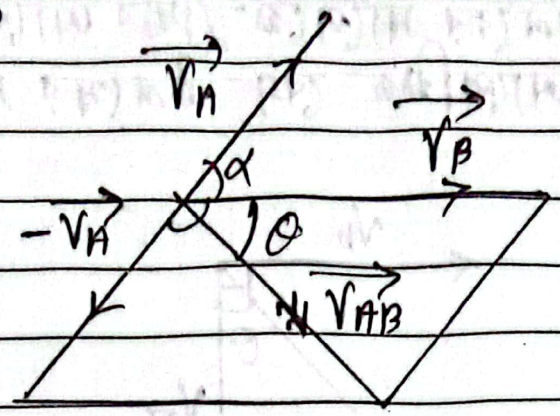
⇒ ১ম ধাপ:



Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....

২য় ধাপ :



$\vec{V_A}$ এর সাপেক্ষে $\vec{V_B}$ এর বেগ $= \vec{V_{AB}}$

$\therefore$ বেগের মান $= |\vec{V_{AB}}|$

$= \sqrt{V_A^2 + V_B^2 + 2V_AV_B\cos(\pi-\alpha)}$

$= \sqrt{V_A^2 + V_B^2 - 2V_AV_B}$

দিক $\tan\theta = \dfrac{V_A\sin(\pi-\alpha)}{V_B + V_A\cos(\pi-\alpha)}$

$= \dfrac{V_A\sin\alpha}{V_B - V_A\cos\alpha}$

Topic : আপেক্ষিক বেগ সংক্রান্ত সমস্যা ও সমাধান

Pbm→01 : একজন বালক $6ms^{-1}$ বেগে হাটছে। লম্বিভাবে $8ms^{-1}$ বেগে উলম্ব বৃষ্টি শুরু হল। বৃষ্টি বালকের গায়ে কত বেগে পড়বে? ছাতা কোনদিকে ধরবে?

Soln : দেওয়া আছে, বালকের বেগ, $V_b = 6ms^{-1}$

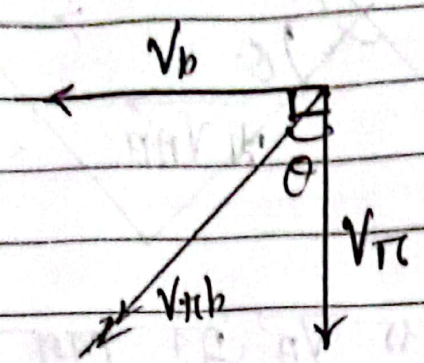
বৃষ্টির বেগ, $V_r = 8ms^{-1}$

JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : Date :

মনে করি, বালকের সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ $= V_{rb}$ এবং বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ উলম্বের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।



$$V_{rb} = \sqrt{V_b^2 + V_r^2}$$
$$= \sqrt{6^2 + 5^2} = 7.81\ ms^{-1}$$

এবং $\tan\theta = \dfrac{V_b \sin 90^\circ}{V_r + V_b \cos 90^\circ}$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_b}{V_r}\right)$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{6}{5}$$

$$\theta = 50.2^\circ$$

∴ বৃষ্টি বালকের গায়ে $7.81\ ms^{-1}$ বেগে পড়বে এবং বালককে বালককে উলম্বের সাথে 50.2° কোণে ছাতা ধরতে হবে। (Ans)

Shortcut: উলম্বের সাথে ছাতা ধরার কোণ,

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\text{বালক}}{\text{বৃষ্টি}}\right)$$

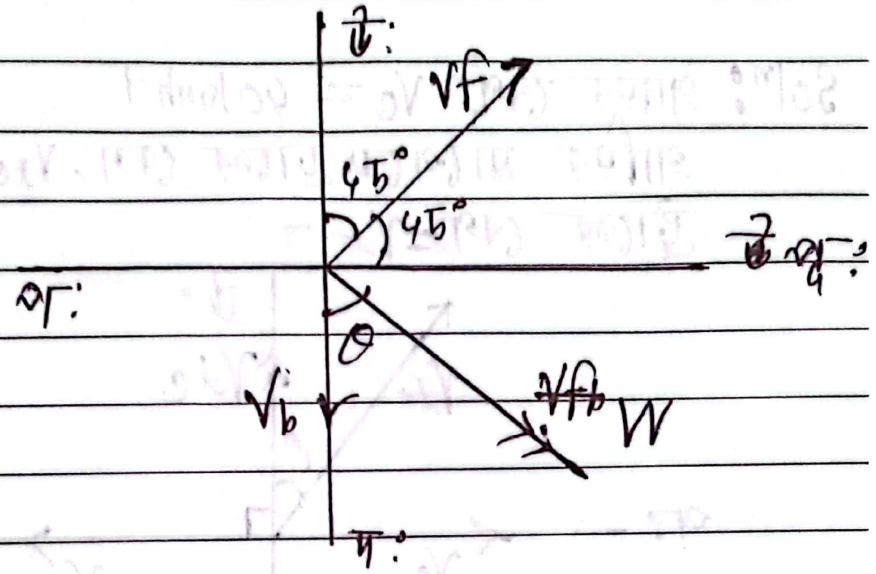
Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....

Pbm→02: কোনো নদীতে স্থির নৌকার উপর টাঙানো পতাকা 71 kmh^{-1} বেগে উত্তর-পূব দিকের সমান্তরালভাবে উড়ছিল। নৌকাটি 51 kmh^{-1} বেগে উত্তর দিকে চলতে শুরু করলে পতাকা কত বেগে কোন দিকে উড়বে?

Solⁿ: নৌকার বেগ, $V_b = 51\ kmh^{-1}$

পতাকার বেগ, $V_f = 71\ kmh^{-1}$



পতাকার লব্ধিবেগ, $w = \sqrt{V_f^2 + V_b^2 + 2V_fV_b\cos(90°+45°)}$

$\Rightarrow w = 71^2 + 51^2 + 2\times71\times51(-\cos 45°)$

$\Rightarrow w = \sqrt{71^2 + 51^2 + -2\times71\times51\frac{1}{\sqrt{2}}}$

$\Rightarrow w = 50.21\ ms^{-1}$

আবার, $\theta = \tan^{-1}\frac{V_f\sin(90°+45°)}{V_b + V_f\cos(90°+45°)}$

$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{71/\sqrt{2}}{51 - 71/\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \theta = 89.09°$

JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....

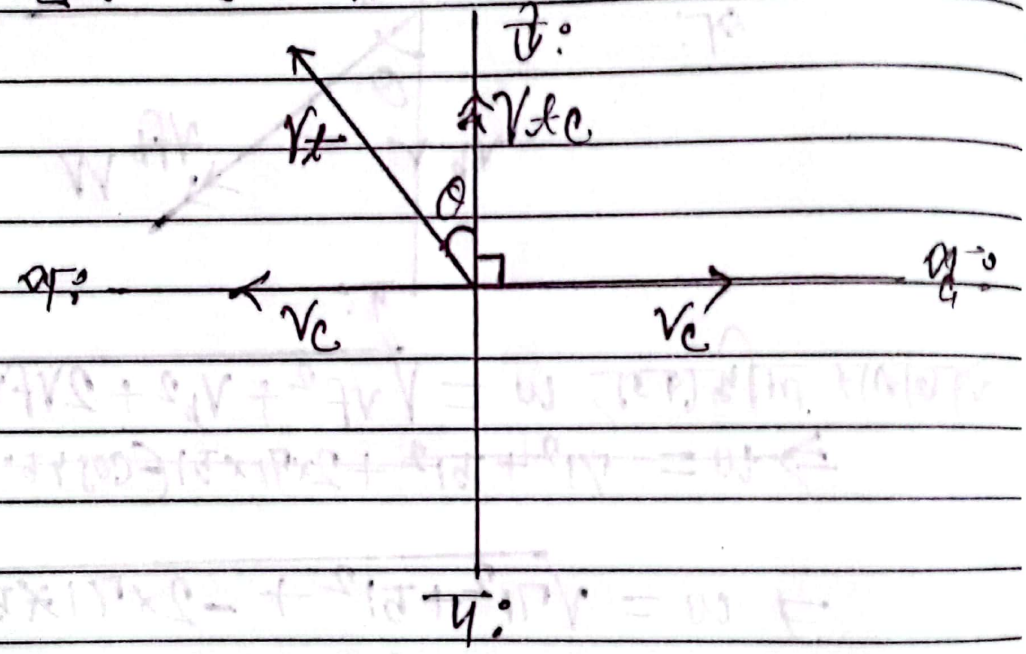
∴ পতাকাটি দক্ষিণ দিকের সাথে 89.07° কোণ করে 6.21 ms^{-1} বেগে পূর্ব দিকে উড়ছে।

Pbm→03: 40 kmh^{-1} বেগে পশ্চিমদিকে চলমান কোন গাড়িচালক $40\sqrt{3}$ kmh^{-1} বেগে একটি ট্রাককে উত্তরদিকে যেতে দেখল। ট্রাকটি প্রকৃতপক্ষে কত বেগে কোনদিকে চলছে?

Solⁿ: গাড়ির বেগ $V_c = 40 kmh^{-1}$

গাড়ির সাপেক্ষে ট্রাকের বেগ, $V_{tc} = 40\sqrt{3}$ kmh^{-1}

ট্রাকের বেগ $= V_t$ –



$$\tan 90° = \frac{V_t \sin(90°+\theta)}{V_c + V_t \cos(90°+\theta)}$$

$$\Rightarrow V_c - V_t \sin\theta = 0$$

$$\Rightarrow V_t \sin\theta = V_c \quad \text{—— (1)}$$

আবার, $V_{tc}^2 = V_t^2 + V_c^2 + 2V_tV_c\cos(90°+\theta)$

JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....

$\Rightarrow V_{tc}^2 = V_t^2 + V_c^2 - 2V_t V_c \sin\theta$

$\Rightarrow V_{tc}^2 = V_t^2 + V_c^2 - 2V_c^2$

$\Rightarrow V_{tc}^2 = V_t^2 - V_c^2$

$\Rightarrow V_t^2 = V_{tc}^2 + V_c^2$

$\Rightarrow V_t^2 = (40\sqrt{3})^2 + 40^2$

$\Rightarrow V_t = 80$

$\therefore$ ট্রাকের প্রকৃত বেগ 80 kmh⁻¹

~~আবার, $\tan\theta =$~~

হতে পাই

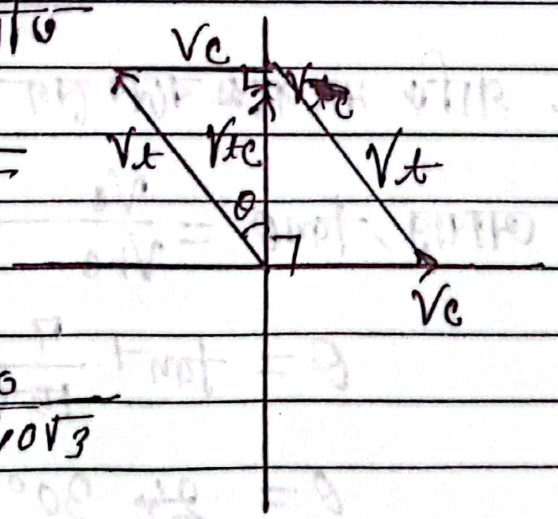
$$\sin\theta = \frac{V_c}{V_t}$$

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{40}{80}\right)$$

$$\theta = 30^\circ$$

$\therefore$ ট্রাকটি 80 kmh⁻¹ বেগে উত্তরদিকের সাথে 30° কোণ করে পশ্চিমদিকে চলছিল।

বিকল্প পদ্ধতি



$V_t = \sqrt{V_{tc}^2 + V_c^2}$

$= 80$ kmh⁻¹

$\tan\theta = \frac{V_c}{V_t} = \frac{40}{40\sqrt{3}}$

$\theta = 30^\circ$

JANANI

Scanned with CamScanner

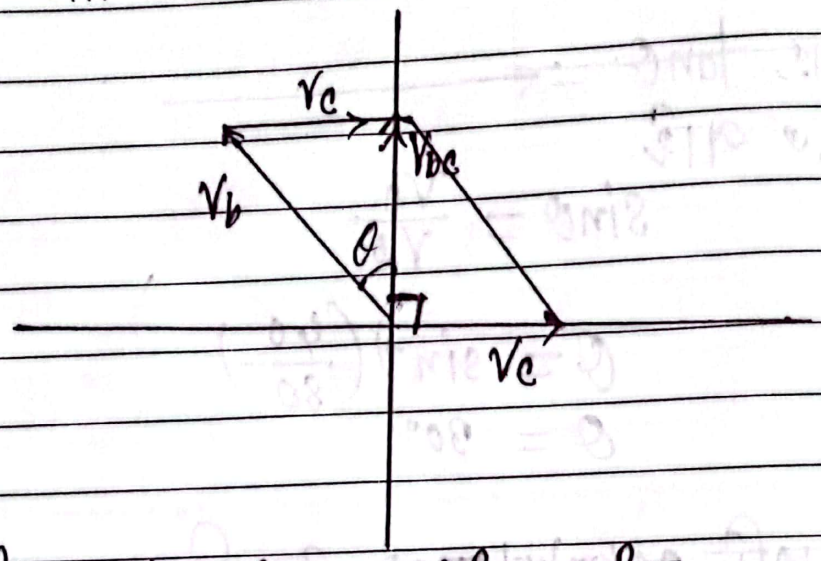
Subject : ..... Date : .....

Pbm→04: 7 ms^{-1} বেগে চলন্ত একটি গাড়ির জানালা হতে একটি বলকে 14 ms^{-1} বেগে ছুড়ে মারা হল। কোনদিকে ছুড়লে বলটি গাড়ির সাথে লম্বভাবে নিক্ষিপ্ত হবে? গাড়ির সাপেক্ষে বলের বেগ কত?

Solⁿ: গাড়ির বেগ, $V_c = 7 ms^{-1}$

বলের বেগ, $V_b = 14 ms^{-1}$

গাড়ির সাপেক্ষে বলের বেগ $= V_{bc}$



$V_{bc}^2 = \cancel{V_c^2 + V_b^2}$ $V_b^2 - V_c^2$

$\Rightarrow V_{bc}^2 = \cancel{7^2 + 14^2}$ $14^2 - 7^2$

$\Rightarrow V_{bc} = \cancel{15.65 ms^{-1}}$ $7\sqrt{3}$

∴ গাড়ি সাপেক্ষে বলের বেগ ~~15.65 ms^{-1}~~ $7\sqrt{3} ms^{-1}$

আবার, $\tan\theta = \frac{V_c}{V_{bc}} = \frac{7}{\cancel{15.65}\ 7\sqrt{3}}$

$\theta = \tan^{-1} \frac{7}{\cancel{15.65}\ 7\sqrt{3}}$

$\theta = \cancel{24}\ 30°$

JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....

∴ গাড়ির বেগের দিকের সাথে $(90^\circ - 30^\circ) = 60^\circ$ কোণে বলটিকে ছুঁড়তে হবে হবে।

Pbm→05: 5 ms^{-1} বেগে উলম্বভাবে বৃষ্টি হচ্ছে। কোন বাতাস নেই।

(i) আরোহী $10 ms^{-1}$ বেগে হাঁটা শুরু করলে কিভাবে ছাতা ধরবে?

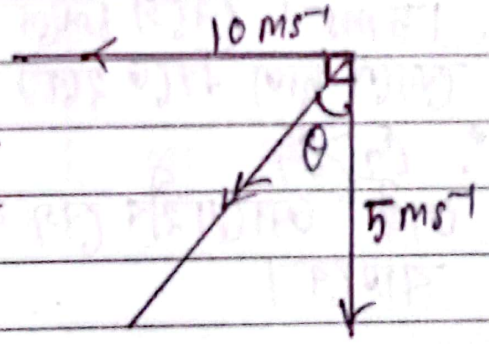
(ii) আরোহী বেগ বাড়ালে উলম্বের সাথে ছাতা ধরা কোণও বাড়বে - গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

Solution

(i) দেওয়া আছে,

আরোহীর বেগ, $V_p = 10 ms^{-1}$

বৃষ্টির বেগ, $V_{rc} = 5 ms^{-1}$



মনে করি, বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ উলম্বের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে। তাই আরোহীকে উলম্বের সাথে θ কোণে সাজায় ছাতা ধরতে হবে।

$$\tan\theta = \frac{10\sin 90^\circ}{5 + 10\cos 90^\circ}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = 2$$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1} 2 = 63.43^\circ \quad \text{(Ans.)}$$

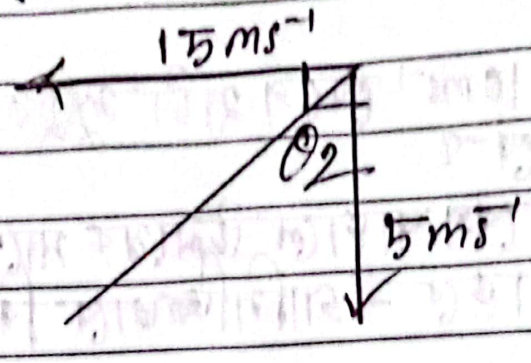
JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....

(ii) আরোহীর বেগ $10ms^{-1}$ হলে উলম্বের সাথে ছাতা ধরার কোণ, $\theta_1 = 63.43°$

মনে করি, আরোহীর বেগ $15ms^{-1}$ এবং বৃষ্টির বেগ উলম্বের সাথে θ_2 উৎপন্ন করে।



$$\tan\theta_2 = \frac{15}{5}$$

$$\theta_2 = 71.56°$$

∴ $15ms^{-1}$ বেগে চললে উলম্বের সাথে 71.56 কোণে ছাতা ধরতে হবে।

∵ $\theta_2 > \theta_1$

তাই আরোহীর বেগ বাড়লে ছাতা ধরা কোণও বাড়বে।

Technique :

(i) আরোহী এবং বৃষ্টি → আপেক্ষিক বেগ

(ii) বৃষ্টি এবং বাতাস → সরাসরি লব্ধি

(iii) বাতাস এবং আরোহী → আপেক্ষিক বেগ

Pbm→06: $5ms^{-1}$ বেগে উলম্ব বৃষ্টি পড়ছে। $2ms^{-1}$ বেগে পূর্ব থেকে পশ্চিমে বাতাস বইছে।

JANANI

Scanned with CamScanner

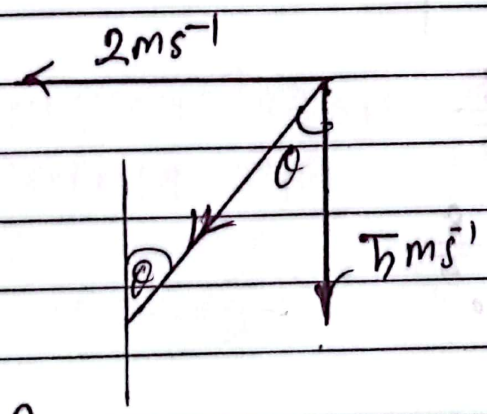
Subject : ..... Date : .....

(i) স্থির দাঁড়িয়ে থাকা আরোহী কিভাবে ছাতা ধরবে?
(ii) এবার আরোহী $6ms^{-1}$ বেগে পশ্চিম থেকে পূর্বদিকে হাঁটা শুরু করলে কোনদিকে ছাতা ধরবে?

(iii) আরোহী $6ms^{-1}$ বেগে পূর্ব থেকে পশ্চিমে হাঁটা শুরু করলে কোনদিকে ছাতা ধরবে?

Solution

(i) মনে করি, বৃষ্টি ও বাতাসের আপেক্ষিক বেগ উলম্বের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে। সুতরাং স্থির দাঁড়িয়ে থাকা আরোহীকে উলম্বের সাথে θ কোণে ছাতা ধরতে হবে।



$$\tan\theta = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{5}\right)$$
$$\Rightarrow \theta = 21.80^\circ$$

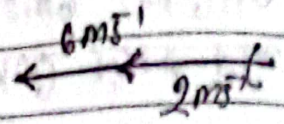
∴ স্থির আরোহী উলম্বের সাথে 21.80° কোণে ছাতা ধরবে।

JANANI

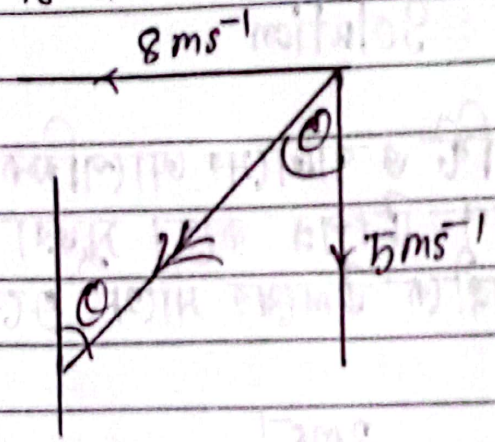
Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....

(ii) আরোহীর সাপেক্ষে বাতাসের আপেক্ষিক
বেগ $= (2+6)\,ms^{-1}$
$= 8\,ms^{-1}$



মনে করি, বাতাসের আপেক্ষিক বেগের ($8\,ms^{-1}$) সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ উলম্বের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে। সুতরাং আরোহীকে উলম্বের সাথে θ কোণে ছাতা ধরতে হবে।



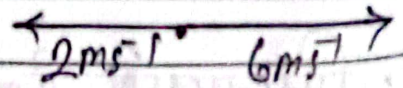
$\tan\theta = \frac{8}{5}$

$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{8}{5}$

$\Rightarrow \theta = 58^\circ$

∴ উলম্বের সাথে 58° কোণে ছাতা ধরতে হবে।

(iii) আরোহীর সাপেক্ষে বাতাসের আপেক্ষিক
বেগ $= (6-2)\,ms^{-1} = 4\,ms^{-1}$



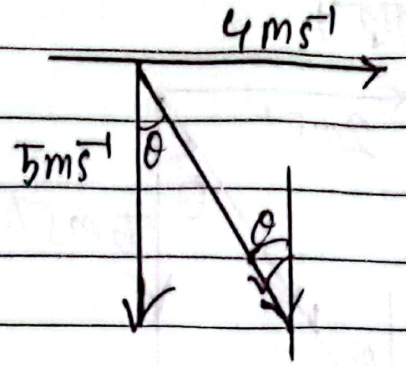
মনে করি, বাতাসের আপেক্ষিক বেগের সাপেক্ষে বৃষ্টির

JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....

আপেক্ষিক বেগ উলম্বের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে। তাই আরোহীকে উলম্বের সাথে θ কোণে ছাতা ধরতে হবে।



$\therefore \theta = \tan^{-1}\frac{4}{5}$

$\Rightarrow \theta = 38.65^\circ$

∴ আরোহীকে উলম্বের সাথে 38.65° কোণে ছাতা ধরতে হবে।

Pbm→07: 5 ms⁻¹ বেগে উলম্ব বৃষ্টি পড়ছে। 2 ms⁻¹ বেগে পূর্ব থেকে পশ্চিমে বাতাস বইছে।

(i) স্থির দাঁড়িয়ে থাকা পূর্বমুখী গাড়ির কোন কাচ কত কোণে ভিজবে?

(ii) গাড়ি 6 ms⁻¹ বেগে পূর্বদিকে চলতে শুরু করলে কোন কাচ কত কোণে ভিজবে?

(iii) গাড়ি 6 ms⁻¹ বেগে পশ্চিমে চলতে শুরু করলে কোন কাচ কত কোণে ভিজবে?

(iv) গাড়ি পশ্চিমে 2 ms⁻¹ বেগে চলতে শুরু করলে কোন কাচ কত কোণে ভিজবে?

(v) গাড়ি পশ্চিমে 1 ms⁻¹ বেগে চলতে শুরু করলে কোন কাচ কত কোণে ভিজবে?

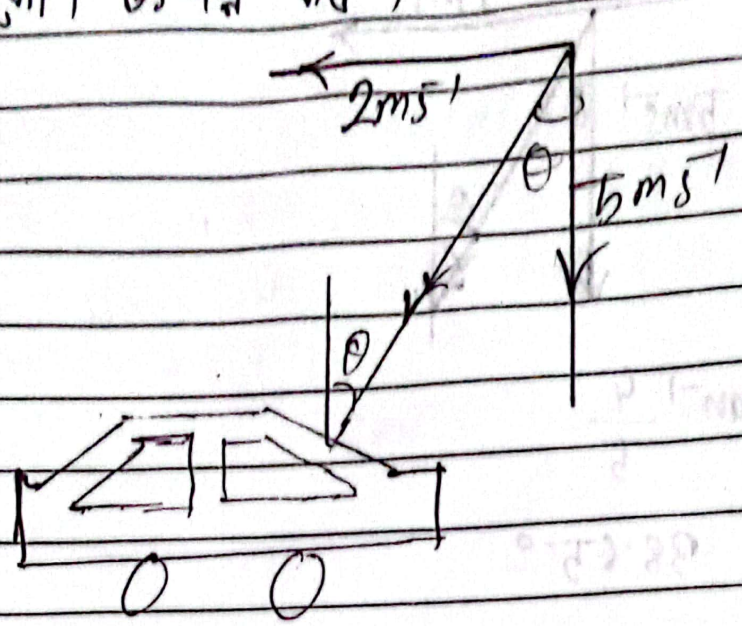
JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : .....

Solution

(i) মনে করি, বাতাস ও বৃষ্টির লব্ধিবেগ উলম্বের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।



$\tan\theta = \frac{2}{5}$

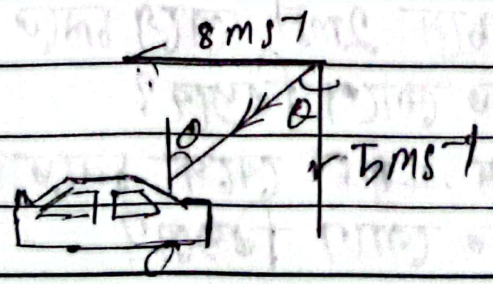
$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{5}\right)$

$\Rightarrow \theta = 21.80°$

∴ গাড়ির সামনের কাচ ~~21.80°~~ কে উলম্বের সাথে 21.80° কোণে থাকবে।

(ii) আরোহীর সাপেক্ষে বাতাসের বেগ = $(6+2)\,ms^{-1}$
$= 8\,ms^{-1}$

মনে করি, বাতাসের আপেক্ষিক বেগ এবং বৃষ্টির বেগের লব্ধিবেগ উলম্বের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।



JANANI

Scanned with CamScanner

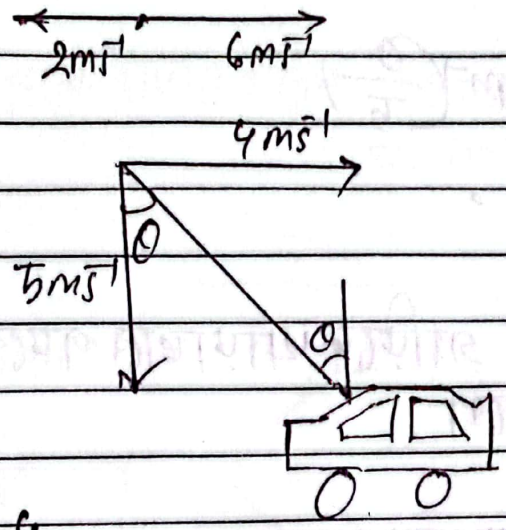
Subject : ..... Date : .....

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{5}{4}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$

$\Rightarrow \theta = 57.99^\circ$

∴ গাড়ি সামনের কাচ উলম্বের সাথে 57.99° কোণে ভিজবে।

(iii) গাড়ির সাপেক্ষে বাতাসের বেগ $= (6-2)\,ms^{-1}$
$= 4\,ms^{-1}$

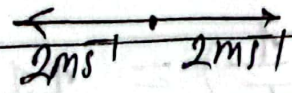


$\theta = \tan^{-1}\frac{4}{5}$

$\Rightarrow \theta = 38.56^\circ$

∴ গাড়ির সামনের কাচ উলম্ব রেখার সাথে 38.56° কোণে ভিজবে।

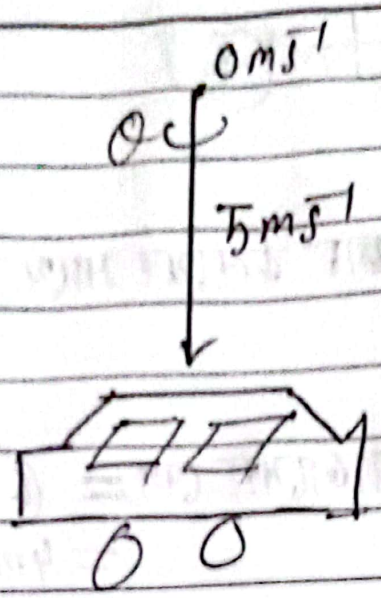
(iv) গাড়ির সাপেক্ষে বাতাসের বেগ $= (2-2)\,ms^{-1}$
$= 0\,ms^{-1}$



JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....

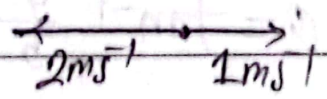


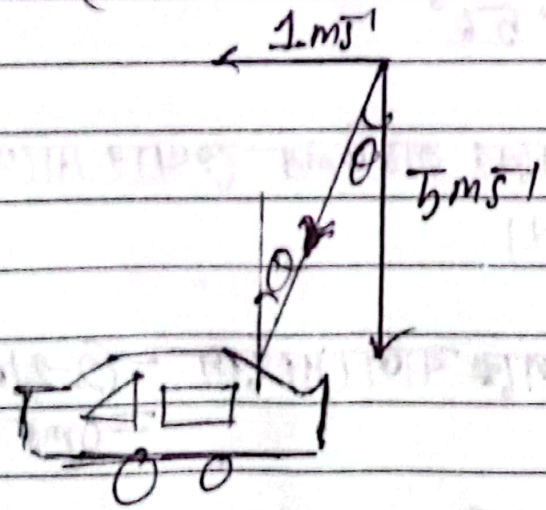
$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{0}{5}\right)$

$\theta = 0^\circ$

∴ বৃষ্টি গাড়িতে খাড়াভাবে পড়বে এবং উভয় কাচ ভিজবে।

(v) গাড়ির সাপেক্ষে বাতাসের বেগ $= (2-1)\,ms^{-1} = 1\,ms^{-1}$





$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) = 11.3^\circ$

JANANI

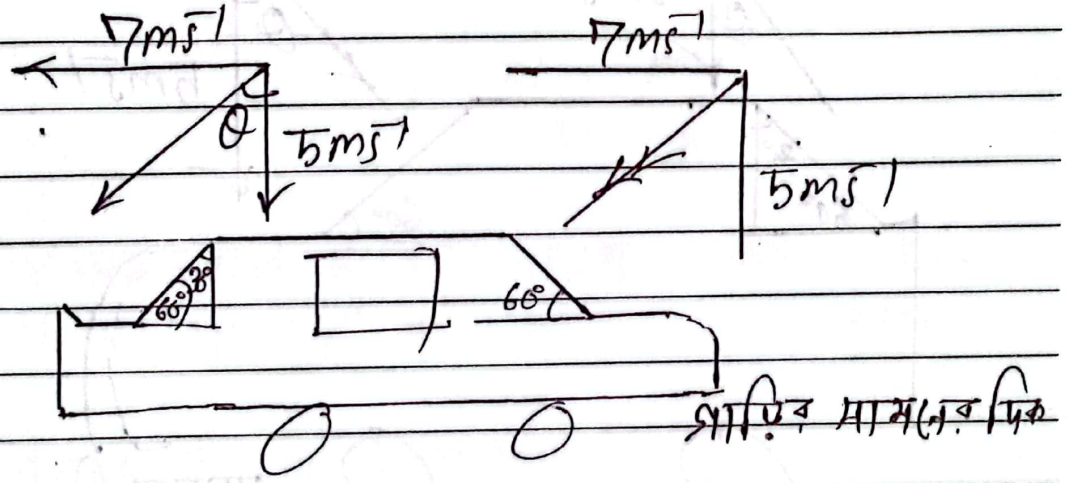
Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....

∴ পিছনের কাচ উলম্বের সাথে 11.3° কোণে ভিজবে।

Pbm→08: 5 ms⁻¹ বেগে উলম্ব বৃষ্টি পড়ছে। 3 ms⁻¹ বেগে পূর্ব থেকে পশ্চিমে বাতাস বইছে। একটি গাড়ি পশ্চিম থেকে পূর্বদিকে 4 ms⁻¹ বেগে চলতে শুরু করল। গাড়ির সামনের এবং পিছনের কাচ অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে হেলানো। গাড়ি কোন কাচ ভিজবে এবং কোন কাচ ভিজবে না?

Solⁿ: গাড়ির সাপেক্ষে বাতাসের বেগ $= (3+4)\ ms^{-1}$
$= 7\ ms^{-1}$



$\theta = \tan^{-1}\frac{7}{5} = 54.4°$

অবশ্যই সামনের কাচ ভিজবে এবং
আবার, গাড়ির ~~উলম্ব~~ রে কাচের উলম্ব রেখার কোণ < ~~গা বৃষ্টি~~ উলম্ব রেখার সাথে বৃষ্টি পড়ার কোণ।
∴ পিছনের কাচ ভিজবে না।

JANANI

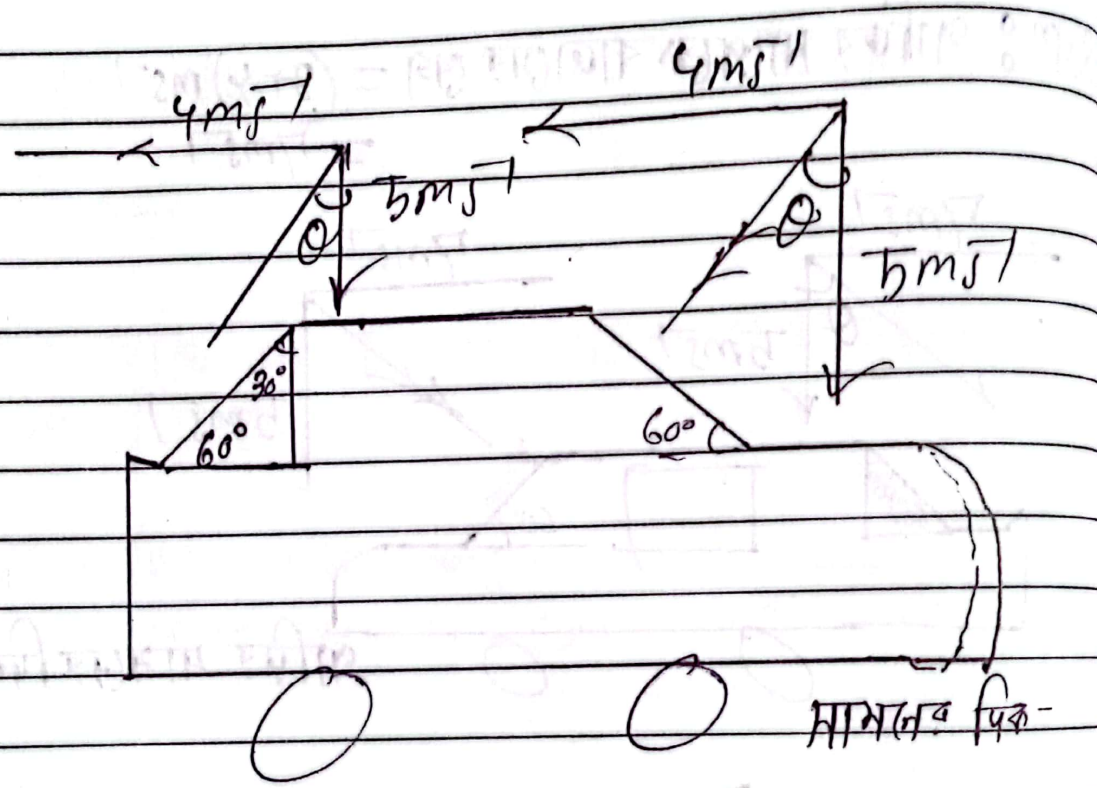
Scanned with CamScanner

Date :

Subject :

Pbm→09: 9ms⁻¹ বেগে উলম্ব বৃষ্টি হচ্ছে। 2ms⁻¹ বেগে পূর্ব থেকে পশ্চিমে বাতাস বইছে। একটি গাড়ি পশ্চিম থেকে পূর্বদিকে 2ms⁻¹ বেগে চলতে শুরু করল। গাড়ির সামনের এবং পিছনের কাচ অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে হেলানো। কোন কাচ ভিজবে?

Solⁿ: গাড়ির সাপেক্ষে বাতাসের বেগ = (2+2) ms⁻¹
= 4ms⁻¹



$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$\theta = 23.96^\circ$$

∴ অবশ্যই সামনের কাচ ভিজবে।

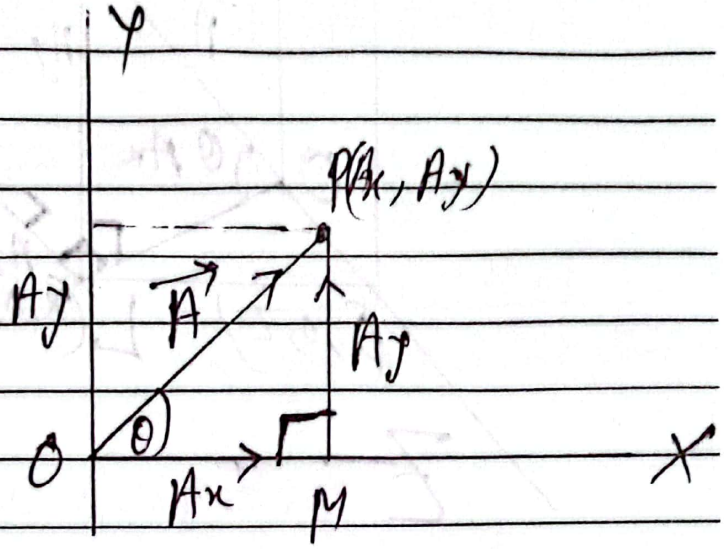
Scanned with CamScanner

Subject : ..... Date : .....

আবার, উলম্ব রেখার সাথে পিছনের কাচের উৎপন্ন কোণ > উলম্ব রেখার সাথে বৃষ্টি পড়ার কোণ

∴ পিছনের কাচ ও ভিজবে।

দ্বিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় ভেক্টর প্রকাশ



X অক্ষ বরাবর $\vec{A}$ এর উপাংশ (স্কেলার) $= A_x$

Y " " $\vec{A}$ " " $= A_y$.

ΔOPM এ $\vec{OP} = \vec{OM} + \vec{MP}$

$\vec{A} = \vec{A_x} + \vec{A_y}$

$\Rightarrow \vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j}$ [X ও Y অক্ষ বরাবর অভিমুখে একক ভেক্টর $\hat{i}, \hat{j}$]

আবার, $OP^2 = OM^2 + MP^2$

$|\vec{A}|^2 = A_x^2 + A_y^2$

$\Rightarrow A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$ *

$\theta = \tan^{-1}\frac{A_y}{A_x}$

$\vec{A}$ এর সমান্তরাল একক ভেক্টর, $\hat{a} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = \frac{A_x\hat{i} + A_y\hat{j}}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2}}$

JANANI

Scanned with CamScanner